### 私たちはお土産にどの八ッ橋を買えばよいのか

Which is the Best Yatsuhashi Brand for a Souvenir?

高濱 隆輔  $^{*1}$  大谷 直樹  $^{*1}$  横井 祥  $^{*1}$  荒井 智裕  $^{*1}$  則 のぞみ  $^{*2}$  鵜飼 紀衣  $^{*2}$ 

Ryusuke Takahama Naoki Otani Sho Yokoi Tomohiro Arai Nozomi Nori Norie Ugai

中澤 巧爾 \*2 鹿島 久嗣 \*2 Koji Nakazawa Hisashi Kashima

#### \*1京都大学工学部情報学科 計算機科学コース ソフトウェア基礎論分野

Machine Learning and Data Mining Research Laboratory, Department of Computer Science, Undergraduate School of Informatics and Mathematical Science, Faculty of Engineering, Kyoto University

\*2京都大学大学院情報学研究科 知能情報学専攻 ソフトウェア基礎論分野

Machine Learning and Data Mining Research Laboratory, Department of Intelligence Science and Technology Graduate School of Informatics, Kyoto University



図1 京都の美しい風景.2013年4月に清水寺にて撮影.

#### 1. はじめに

京都は寺社仏閣をはじめとする様々な観光名所を持ち,また四季折々の美しい風景(図1)が楽しめることもあって,旅行先として非常に高い人気がある. そんな京都を代表するお土産と言えばまず頭に浮かぶのは生八ッ橋(以下八ッ橋と呼ぶ)であり,また八ッ橋をお土産として貰って嬉しいと思う人も多い\*1.しかしながら,八ッ橋にはかなり多くのブランドがあるため,我々はどれを買えばよいのかという問題にいつも悩まされている.

そこで本稿では,様々な八ッ橋のブランドのうち,いったいどれがお土産として最も相応しいのか,あるいはど

\*1 クラウドソーシングサービス Lancers (http://www.lancers.jp/) にて 100 人に対してアンケートを実施したところ,「京都のお菓子のお土産といってまず頭に浮かぶもの」として全員が八ッ橋と回答し,そのうち6割以上の人が「京都のお菓子でお土産にもらいたいもの」として八ッ橋と回答した.

れを買っても同じなのかという問いに答えるべく,数理 モデルを用いた検証を行った。具体的には,先行研究[e 京都 10]に基づき,京都市内で販売されている八ッ橋の うち主要なもの11銘柄を,9人の評価者が実際に試食, 評価を行い,これを

- (1) 勝率
- (2) 主固有ベクトル [Keener 93]
- (3) Bradley-Terry モデル [Bradley 52]
- (4) Crowd-BT モデル [Chen 13]

によって統合したランキングを行い,その結果を比較した.(4) Crowd-BT は評価者ごとの評価の偏りを考慮したモデルであり,八ッ橋のランキングと同時に,各評価者が平均的な好みとどの程度一致した味覚を持っているかというデータも得られた.実験の結果,(1),(2),(3) では京栄堂が,(4) では聖護院八ッ橋総本店が,それぞれ1位として評価されたため,京栄堂または聖護院八ッ橋総本店の八ッ橋をお土産として買うとよいことが分かった.

- 本研究の貢献は以下の2つである.
- (1) 京都のお土産として八ッ橋を購入する際,どれを 買うとよいかを示した.
- (2) 比較結果のデータ収集法として,漸進比較法を提案した.

本稿の構成は以下の通りである.第2章では本稿で扱うハッ橋ランキング決定問題を定義する.第3章では実験方法として,データを取得する方法について議論し,さらに取得されたデータからランキングを推定する方法を紹介する.第4章では実際に実験を行い,その結果と考察を与える.第5章では結論としてどの八ッ橋がお土産として好ましいのかを示し,また今後の課題について述べる.

#### 2. ハッ橋ランキング決定問題

はじめに本稿で扱うハッ橋ランキング決定問題を定義する.ハッ橋ランキング決定問題は,複数の人(評価者と呼ぶ)にハッ橋の美味しさ比較タスクの回答を依頼した結果を統合し,正しいランキングを導く問題である.

N 種類の八ッ橋  $\{y_1,\dots,y_N\}$  および K 人の評価者  $\{a_1,\dots,a_K\}$  を考える.評価者  $a_k$  によって 八ッ橋  $y_i$  が 八ッ橋  $y_j$  より美味しいと評価された場合,それを  $y_i \succ_k y_j$  と表すこととする.また,評価者  $a_k$  によって評価された八ッ橋のペアの集合  $S_k$  を, $S_k = \{(i,j) \mid y_i \succ_k y_j\}$  と定義する.八ッ橋  $y_i$  はそれぞれ美味しさスコア  $s_i$  をもつとする.美味しさベクトル s を,  $s = (s_1,\dots,s_N)^\top$  と定義する.

評価者によって回答された比較データ  $S_1, \dots S_K$  から,美味しさベクトル  $\mathbf s$  を推定して, $s_i$  を降順に並べることで八ッ橋の美味しさのランキングを得ることが我々の目的である.

#### 3. 実験 方法

#### 3.1 データの取得

ランキングを推定するに際し、どのようにしてデータを収集するかを考える必要がある.ここで、実際に八ッ橋を食べるという実験の性質上、オナカとコストに関する制約が調査方法を考える上で重要になることに注意しておかねばならない.つまり、評価者は無限に八ッ橋を食べられるわけではないし、また無限の八ッ橋を購入するお金を準備することもできないということである.

第一の案として,各評価者が全ての八ッ橋に対し線形順序を与える方法が考えられる.これは,各評価者は全ての八ッ橋  $y_1,\dots,y_N$  を食べ,その後好ましさの順に並び替えを行い,それを提出するという方法である.この方法では,各評価者は食べた全ての八ッ橋の味を覚えておかねばならず,これは八ッ橋の種類が大きくなると現実的には著しく困難である.

第二の案として,一対比較法が考えられる.これは,各評価者は八ッ橋のペアを選択し,そのペアを構成する2種類の八ッ橋を食べてどちらが美味しいかを提出するという方法である.ペアの比較は1人の評価者によって複数回行われる.この方法では,第一の案の問題点を解決することはできるものの,例えば20ペアの比較を行うには40個の八ッ橋を食べる必要があり,先に述べたようにオナカの面でもコストの面でも厳しいことになるという問題点が生じてしまう.

そこで,第三の案として,我々は以下のようなデータの収集法,**漸進比較法**を提案する.評価者  $a_i$  はまず八ッ橋  $y_1$  を食べ,続いて八ッ橋  $y_2$  を食べ, $y_1$  と  $y_2$  のどちらが美味しかったかを提出する.続いて評価者  $a_i$  は八ッ橋  $y_3$  を食べ, $y_2$  と  $y_3$  のどちらが美味しかったかを提出

する.以上の操作を繰り返すという方法である.この方法では,明らかに第一の案の問題点を解決できている.さらに,例えば20ペアの比較を行うには21個の八ッ橋を食べればよいため,第二の案の問題点も解消できていることがわかる.

以下,データの収集には上に述べた第三の案の方法を 用いることとする.

#### 3.2 ランキングの推定

評価者によって回答された比較データから,美味しさベクトルsを推定するためのモデルを以下に示す.

#### (1) 勝率による推定

八ッ橋  $y_i$  の勝率  $R_i$  を式 (1) で定義する.

$$R_i = \frac{w_i}{n_i} \tag{1}$$

ここで, $w_i$  は八ッ橋  $y_i$  が他の八ッ橋より美味しいと評価された回数, $n_i$  は八ッ橋  $y_i$  が比較された回数をそれぞれ表す.八ッ橋  $y_i$  の美味しさスコア  $s_i$  は, $s_i=R_i$  と推定する.

#### (2) 主固有ベクトルによる推定

勝敗行列 A を ,i,j 要素が  $a_{ij}/n_i$  である行列として定義する.ここで  $,a_{ij}$  は八ッ橋  $y_i$  が八ッ橋  $y_j$  よりも美味しいと評価された回数  $,n_i$  は八ッ橋 i が比較された回数をそれぞれ表す.keener による主固有ベクトルを用いたランキング法 [Keener 93] によると,八ッ橋の美味しさベクトル s は,以下の式 (2)をみたす.

$$A\mathbf{s} = \lambda \mathbf{s} \tag{2}$$

つまり , 美味しさベクトル  ${f s}$  は , 勝敗行列  ${\cal A}$  の固有ベクトルであると推定する .

#### (3) Bradley-Terry モデルによる推定

一対比較の確率モデルとしてしばしば用いられる Bradley-Terry モデル [Bradley 52] によると,八ッ橋 の美味しさベクトルs は,以下の最適化問題を解くことによって得られる.

$$\max_{\mathbf{s}} \sum_{k=1}^{K} \sum_{(i,j) \in S_k} \log \left( \frac{e^{s_i}}{e^{s_i} + e^{s_j}} \right)$$
 (3)

s.t. 
$$\sum_{i=1}^{N} s_i = 0$$
 (4)

#### (4) Crowd-BT モデルによる推定

味の評価には属人的な要素が多分にあり、評価者の評価の偏りを考慮するのが望ましい場合がある. 例えば、極端に甘いものが嫌いな評価者は、全く甘くない珍しい八ッ橋を常に他の八ッ橋より美味しいと評価すると考えられるが、八ッ橋を食べたがっている人の多くが甘味を求めていることを考えると、これは一般的なランキングを求める際にノイズとなっ

てしまう. Crowd-BT モデル [Chen 13] は, Bradley-Terry モデルを,評価者の評価の偏りを考慮するよう拡張したモデルである.このモデルによると,八ッ橋の美味しさベクトルsは,以下の最適化問題を解くことによって得られる.

$$\max_{\boldsymbol{\eta}, \mathbf{s}} \quad \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{s}) + \lambda \mathcal{R}(\mathbf{s}) \tag{5}$$

s.t. 
$$0 < \eta_k < 1, \forall k \in \{1, \dots, K\}$$
 (6)

式 (5) における  $\mathcal{L}(\eta,\mathbf{s})$  および  $\mathcal{R}(\mathbf{s})$  は , 以下のように定義される:

$$\mathcal{L}(\eta, \mathbf{s}) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{(i,j) \in S_k} \log \left( \eta_k \frac{e^{s_i}}{e^{s_i} + e^{s_j}} + (1 - \eta_k) \frac{e^{s_j}}{e^{s_i} + e^{s_j}} \right)$$

$$\mathcal{R}(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^{N} \left( \log \left( \frac{e^{s_0}}{e^{s_0} + e^{s_i}} \right) + \log \left( \frac{e^{s_i}}{e^{s_0} + e^{s_i}} \right) \right)$$

ここで, $\eta$  は  $\eta=(\eta_1,\ldots,\eta_K)^\top$  と定義される K 次元ベクトルで,  $\eta_k$  は [0,1] に値をとる,評価者  $a_k$  の好みが平均的な評価者の好みとどの程度一致しているかを表すパラメータである.値は 1 に近いほど平均的な評価者の味覚に近く,逆に 0 に近いほど平均的な評価者の味覚から遠いことを意味する  $*^2$  .

 $\mathcal{L}(\eta,\mathbf{s})$  は  $\eta$  を用いて Bradley-Terry モデルにおける目的関数である式 (3) を拡張した式である.また, $\mathcal{R}(\mathbf{s})$  は正則化項である.

上記の最適化問題を解くことによって,八ッ橋の美味しさベクトルsに加え,評価者の好みの平均度のベクトル $\eta$ も得られるため, ある評価者がどの程度平均に近い味覚を持っているのかという情報も付随的に獲得することができる.

#### 4. 実験

お土産購入の意思決定の際に有用な知見を得るため, 実際に食べ比べを行い,得られたデータから,3.2 節に 示した4通りの異なる手法を用いて八ッ橋の美味しさの ランキング推定を行った.

#### 4.1 食べ比べ銘柄の選定

以下に述べる条件の下で実験を行う.

まず,味・餡は,もっとも一般的で,ほとんど全ての 銘柄が取り扱っている,つぶあん入り生八ッ橋のニッキ 味とした.先行研究 [e 京都 10] に掲載されている銘柄 から,有名度や入手難易度を考慮して以下の 11 銘柄を 選定した.

- 聖護院八ツ橋総本店 (東山丸太町)
- 本家西尾八ッ橋 (東山丸太町)
- \*2 厳密には,1であれば常に正しい答えを返す評価者,0.5 であれば常にランダムな答えを返す評価者,0であれば常に 誤った答えを返す評価者であることを意味する.

- おたべ (東山四条の遠藤魁春堂または南禅寺のおた ベ順正)
- 井筒八ッ橋本舗 (三条河原町西)
- 御殿八ッ橋本舗 (京都大学医学部西)
- 京栄堂 (東山仁王門)
- 佐々木製菓 (東山ハツ橋本舗)(京都大学医学部西)
- 八ツ橋屋西尾為忠商店 (銀閣寺)
- 本家八ツ橋 (銀閣寺)
- 御車八ッ橋総本舗 (京都駅)

なお,以下の6銘柄については,それに続いて述べられる理由により,実験の対象外とした.

- 京都八つ橋庵: 本業が京刺繍の為
- 聖光堂八ツ橋総本舗: 店舗閉店のため
- 大石銀泉堂: 焼き八ッ橋のため
- 白心堂: 五色豆のため
- 都八ッ橋本舗: 聖護院地区からの候補過多のため
- 京小町八ッ橋本舗: 検索しても情報が出てこないため

#### 4.2 データの取得

11 銘柄の八ッ橋に対し,9 人の評価者が 3.1 節に示した方法で八ッ橋を漸進比較し,どちらが美味しいと思ったかを記録した.これにより得られた結果を表 1 に示す (4.1 節で掲載した順とは不同).表 1 の i 行 j 列の値が n であることは,八ッ橋 i が八ッ橋 j より美味しいと判断した評価者が n 人いたことを表す.

#### 4.3 ランキングの推定

3.2 節に示したランキングの推定方法に従い,4つの方法でランキングを推定した.各モデルで推定されたランキングを比較した結果を表2に示す.各モデルについて,八ッ橋ごとにどのようなスコアとランキングが推定されたかについては,付録Aに掲載した.

また, Crowd-BT モデルによって推定された評価者の 好みの平均との一致度のヒストグラムを図2に示す.一 致度の具体的な値は, 付録 A に掲載した.

#### 4.4 考 察

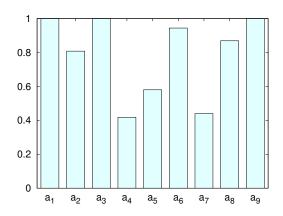
表 2 より,評価者の能力を考慮しないモデル ((1),(2),(3)) では,  $y_5$  が最も美味しい八ッ橋であると判断されているのに対し,評価者の能力を考慮するモデル (4) では, $y_{11}$  が最高位と評価されている.図 2 を見てみると,9 人中 6 人は 1 に近い能力と推定されているのに対し,明らかに平均とズレた味覚の持ち主が 3 人  $(a_4,a_5,a_7)$  いることがわかる.これらの 3 人が「 $y_{11}$  よりも  $y_5$  のほうが美味しい」などと評価したことによって,評価者の能力を考慮するモデルとそうでないモデルで 1 位の八ッ橋が入れ替わってしまったのではないかと推測される.

表1	本調査で収集した八ッ橋の漸進比較結果	$i$ 行 $j$ 列の数値は八ッ橋 $y_i$ が八ッ橋 $y_j$ よりも美味しいと評価された
	回数を表す、	

	T										
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$
$y_1$		0	0	1	0	0	2	0	2	3	0
$y_2$	3		3	3	1	3	0	1	2	3	2
$y_3$	3	0		0	0	0	1	1	0	3	2
$y_4$	2	1	2		0	2	2	3	2	2	2
$y_5$	3	3	4	2		3	2	2	2	2	2
$y_6$	2	1	2	2	2		2	0	0	3	0
$y_7$	1	3	3	1	1	2		2	1	2	0
$y_8$	3	3	3	1	1	3	1		4	2	0
$y_9$	0	1	2	0	0	2	2	0		3	2
$y_{10}$	1	0	2	0	1	0	0	0	1		0
$y_{11}$	2	3	1	2	2	3	2	2	1	3	

表2 各モデルによるランキングの推定結果の比較.1 行目は勝率,2 行目は主固有ベクトル,3 行目は Bradley-Terry モデル,4 行目は Crowd-BT モデルによって,それぞれランキングを求めた結果を示している.

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$
(1) 勝率	10	5	9	4	1	8	6	3	7	11	2
(2) 主固有ベクトル	10	3	9	5	1	7	6	4	8	11	2
(3) Bradley-Terry	10	5	9	4	1	7	6	3	8	11	2
(4) Crowd-BT	9	4	10	6	2	7	3	5	8	11	1



**図 2** Crowd-BT モデルによる評価者の好みの平均との一致度の推定結果のヒストグラム.各  $a_i$  の値として  $\eta_i$  を表示している. $\eta_i$  は式 (5) ,式 (6) からなる最適化問題を解くことで得られたベクトル  $\eta$  の第 i 成分である.値は 1 に近いほど平均的な評価者の味覚に近く,逆に 0 に近いほど平均的な評価者の味覚から遠いことを意味する.

#### 5. 結 論

本稿では,八ッ橋ランキング決定問題を定義し,実験方法の紹介をしたのち実際に実験を行った.結果として $y_5$  ないし  $y_{11}$  がお土産として好ましいという評価が得られたので,これらがどの銘柄なのかを発表する. $y_5$  は,**京栄堂** (東山仁王門)  $*^3$   $*^4$  ,  $y_{11}$  は,**聖護院八ツ橋総本店** 

#### (東山丸太町) \*5 である.

聖護院八ッ橋総本店は八ッ橋の有名ブランドの一つであり、京都の主要な観光地ではほぼ間違いなく取り扱われている.対して京栄堂は京都市内に展開されるいくつかの店舗でしか取り扱われていない模様である.従って、時間はないが確固たるエビデンスに基づいて美味しい八ッ橋を求める方は聖護院八ッ橋を、誰もが知っている京都の代表的なお土産である八ッ橋の中でも一味違うところを見せつけていきたい方は京栄堂の八ッ橋を、それぞれお土産として買って帰られるとよいのではないかと考えられる.

今後の課題として,以下に2つの研究の方向性を示す.第一に,二ッキ味のつぶあん入り生八ッ橋以外の八ッ橋での食べ比べとランキング推定である.八ッ橋にはつぶあん入り生八ッ橋の他にも,あんとしてこしあんや抹茶あん,八ッ橋自体にも抹茶が練り込まれたものなど,様々なバリエーションがある.それらに対して食べ比べを行い,ランキングを推定することで,お土産購入の際の意思決定を大きく助けることができると考えられる.さらに,八ッ橋だけではなく,芋けんぴ,みたらし団子,あるいは天然水など,我々の身の回りには選択が悩ましいものが溢れている.これらの選択における本研究の方法論の適用可能性検証は未解決の課題である.

第二に,本稿でデータ収集の際に提案した漸進比較法

<sup>\*3</sup> http://www.kyoeidou.jp/

<sup>\*4</sup> 主力商品として,つぶあん入り八ッ橋を三笠の生地で包んだつつみ生八ッ橋(http://www.kyoeidou.jp/product/

p01.html) **を推している**.

<sup>\*5</sup> http://www.shogoin.co.jp/

の能動学習法の開発である.漸進比較法では次に選択するオブジェクトがさらに次のオブジェクトの選択に影響を与えるため,オブジェクトの選択に際し先読みを行う必要があるものと考えられる.これをアルゴリズムとして確立し,その有用性を確かめることで,より効率的なオンライン学習のアルゴリズムを提案できると考えられる.

#### 辖 住

本研究を進めるにあたり,実験にご協力頂いた東京大学の木村大翼氏に感謝する.また,解析にあたり助言を 頂いた産業技術総合研究所の神嶌敏弘氏に感謝する.

#### ◇ 参 考 文 献 ◇

- [Bradley 52] Bradley, R. A. and Terry, M. E.: The rank analysis of incomplete block designs: I. the method of paired comparisons, *Biometrika*, Vol. 39, pp. 324–345 (1952)
- [Chen 13] Chen, X., Bennett, P. N., Collins-Thompson, K., and Horvitz, E.: Pairwise Ranking Aggregation in a Crowdsourced Setting, Proceedings of the 6th ACM International Conference on Web Search and Data Mining (WSDM) (2013)
- [e 京都 10] e 京都ねっと: [八つ橋食べ比べ] 八つ橋のお店紹介, 京都観光ポータルサイト http://www.e-kyoto.net/special/348 (2010)
- [Keener 93] Keener, J. P.: The Perron-Frobenius Theorem and The Ranking of Football Teams, *SIAM Review*, Vol. 35, pp. 80–93 (1993)

#### ♦ 付 録 ♦

#### A 各ランキングの推定方法に応じた推定結果

勝率によるランキングの推定結果を表 A.1 に , 主固有ベクトルによるランキングの推定結果を表 A.2 に , Bradley-Terry モデルによるランキングの推定結果を表 A.3 に , Crowd-BT モデルによるランキングの推定結果を表 A.4 に , Crowd-BT モデルによる評価者の好みの平均との一致度の推定結果を表 A.5 に , それぞれ示す .

表 A.1 勝率によるランキングの推定結果.1 行目の  $w_i$  は八ッ橋  $y_i$  が他の八ッ橋より美味しいと評価された回数,2 行目の  $n_i$  は八ッ橋  $y_i$  が比較された回数,3 行目の  $R_i$  は  $R_i=w_i/n_i$  と定義される八ッ橋  $y_i$  の勝率をそれぞれ表す.また,4 行目に  $R_i$  を降順に並べることによって得られるランキングを示す.

	これなり、よた、 $+11$ 日に $Ii_i$ を降順に並べることによりて行られるファインフを小り、													
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$			
$w_i$	8	21	10	18	25	14	16	21	12	5	21			
$n_i$	28	36	32	30	33	32	30	32	27	31	31			
$R_i$	0.286	0.583	0.313	0.600	0.758	0.438	0.533	0.656	0.444	0.161	0.677			
Ranking	10	5	9	4	1	8	6	3	7	11	2			

## 表 A.2 主固有ベクトルによるランキングの推定結果 . 1 行目の $s_i$ は 表 1 で表されるような勝敗行列の主固有ベクトルの第 i 成分である . また , 2 行目に $s_i$ を降順に並べることによって得られるランキングを示す .

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$
$s_i$	0.120	0.364	0.156	0.334	0.462	0.249	0.302	0.355	0.212	0.082	0.416
Ranking	10	3	9	5	1	7	6	4	8	11	2

## 表 A.3 Bradley-Terry モデルによるランキングの推定結果.1 行目の $s_i$ は式 (3) , 式 (4) からなる最適化問題を解くことで得られたベクトル ${\bf s}$ の第 i 成分である.また,2 行目に $s_i$ を降順に並べることによって得られるランキングを示す.

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$
$s_i$	-1.039	0.501	-0.895	0.562	1.200	-0.061	0.159	0.715	-0.228	-1.806	0.892
Ranking	10	5	9	4	1	7	6	3	8	11	2

# 表 A.4 Crowd-BT モデルによるランキングの推定結果.1 行目の $s_i$ は式 (5) ,式 (6) からなる最適化問題を解くことで得られたベクトル ${\bf s}$ の第 i 成分である.また,2 行目に $s_i$ を降順に並べることによって得られるランキングを示す.

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$
$s_i$	-0.540	1.549	-2.906	0.631	3.328	0.020	1.847	1.413	-0.434	-5.993	6.468
Ranking	9	4	10	6	2	7	3	5	8	11	1

### 表 A.5 Crowd-BT モデルによる評価者の好みの平均との一致度の推定結果 . $\eta_i$ は式 (5) ,式 (6) からなる最適化問題を解くことで得られたベクトル $\eta$ の第 i 成分である .

	$   a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
$\eta_i$	1.000	0.808	1.000	0.418	0.580	0.944	0.440	0.869	1.000